# TARTÁLY LÉGRITKÍTÁSÁNAK TERMODINAMIKAI MODELLEZÉSE

**FÁBRY Gergely**

Szent István Egyetem Gödöllő
Gépészmérnöki Kar, Környezetipari Rendszerek Intézet
Műszaki Tudományi Doktori Iskola
2103 Gödöllő, Páter Károly u. 1.
fabry@t-online.hu

## KIVONAT

Jelen cikkben a vákuumos folyadékszállító rendszerek működésének rövid ismertetése után annak két alapvető összetevőjéből, a vákuumgépházban lévő vákuumszivattyúból és gyűjtőtartályból álló vákuumrendszer légritkítási folyamatát modellezem. Az instacioner evakuálási folyamat termodinamikai modelljét felállítom izotermikus és általános esetre is. Általános esetben a vákuumozást leíró differenciálegyenlet-rendszer csak numerikusan oldható meg, ezért ehhez a Mathcad szoftvert használtam. A mártélyi vákuumos szennyvízelvezető rendszeren általam mért vákuumozási időértékeket összevetem a termodinamikai modellen alapuló számítási eredményekkel.

***Kulcsszavak:*** Tartályevakuálás, termodinamikai modell, vákuumos folyadékszállítás

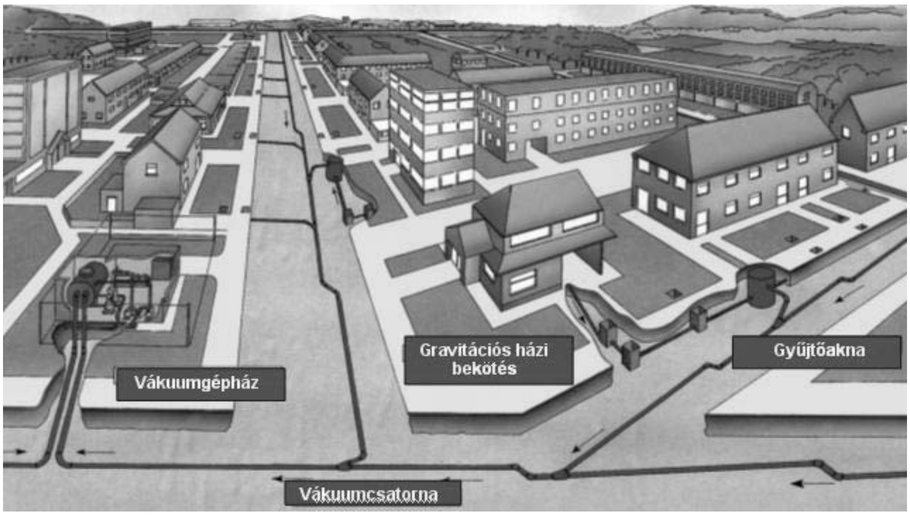
## 1. BEVEZETÉS

Kutatásaim a vákuumos folyadékszállítás egyes elméletileg nem vagy csak kevéssé kidolgozott paramétereinek vizsgálatára irányulnak. A vákuumozási folyamat mélyebb elméleti vizsgálata fontos, mivel az ezzel kapcsolatos szakirodalomban, a vákuumos folyadékszállítással foglalkozó néhány nagyvállalat kézikönyveiben a téma elméleti kidolgozottsága nem eléggé mélyreható. Az eredmények vélhetően segítséget nyújtanak a rendszerek tervezésekor az egyes összetevők pontosabb méretezéséhez.

## 2. A VÁKUUMOS FOLYADÉKSZÁLLÍTÓ RENDSZEREK FELÉPÍTÉSE ÉS MŰKÖDÉSE

A vákuumos folyadékszállítás egyik tipikus példája a vákuumos szennyvízelvezetés. Az európai és hazai szabvánnyal [5] is rendelkező települési vákuumos szennyvízelvezető rendszer négy fő eleme a vákuumgépház, a vákuumos csővezeték-hálózat, a gyűjtőaknák a vákuumszeleppel és a házi bekötések [4].

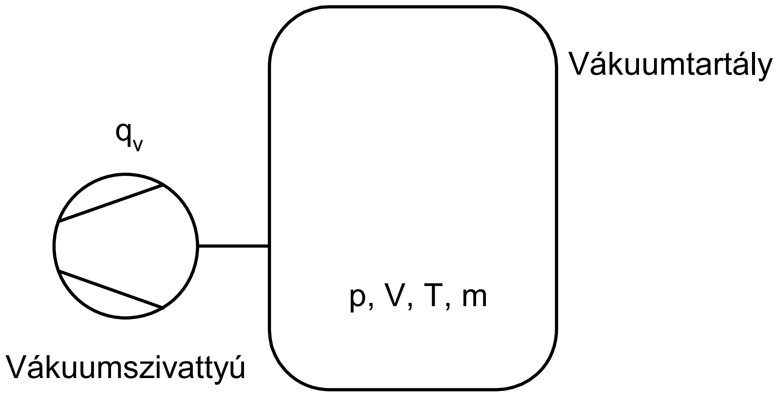
A rendszer egészének működését korábbi cikkekben ismertettük [3]. A települést behálózó vákuumos gyűjtővezetékek a vákuumgépházban lévő gyűjtőtartályhoz csatlakoznak. A gyűjtőtartály és a vákuumvezetékek üzem közben depresszió alatt állnak. A vákuumvezetékekre csatlakoznak rá a gyűjtőaknákban lévő szennyvíz- vagy más néven vákuumszelepek. A házaktól a folyadék (szennyvíz) általában gravitációs úton folyik be a gyűjtőaknákba, ahonnan a vákuumszelepen keresztül szakaszosan beszívásra kerül a vákuumcsatornába. A folyadékadag beszívása után a vákuumszelep rendeltetésszerűen még néhány másodpercig nyitva marad, így a folyadékdugó után levegőt is szív a rendszer [2].




1. ábra A vákuumos szennyvízelvezetés hálózati sémája [4]

## 3. A TARTÁLYBÓL ÉS VÁKUUMSZIVATTYÚBÓL ÁLLÓ VÁKUUMRENDSZER EVAKUÁLÁSA IZOTERMIKUS ÁLLAPOTVÁLTOZÁS ESETÉN

A vákuumrendszer egy olyan $V$ térfogatú térnek tekinthető, amelyben lévő gáz állapotjelzői a következők: $p$ a tartályban és a csőben lévő gáz nyomása, $T$ a tartályban és a csőben lévő gáz hőmérséklete, $q_{vki}$ a vákuumszivattyú által elszívott térfogatáram. A következőkben feltételezzük, hogy a rendszer tökéletesen tömített, külső levegő nem juthat be a vákuumrendszer terébe.




2. ábra Vákuumszivattyúból és tartályból álló vákuumrendszer

Ha feltételezzük, hogy a vákuumrendszerben lévő levegő hőmérséklete a vákuumozás során állandó, továbbá a vákuumszivattyú által elszívott gáz térfogatárama is állandó, a vákuumrendszerben lévő gáz kezdeti $p_0$ nyomásának egy tetszőleges $p$ nyomásra való csökkentéséhez szükséges időtartam könnyen előállítható.

A vákuumrendszerben lévő gáz állapotjelzői közötti kapcsolat az általános gáztörvénnyel írható le:

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T \quad . \tag{1}$$

Kezdetben ($t=0$) időpillanatban a rendszerben $p_0$ nyomású, $T_0$ hőmérsékletű, $V_0$ térfogatú gáz van, amelynek $m_0$ tömege (1)-ből kiszámítható:

$$m_0 = \frac{p_0 \cdot V_0}{R \cdot T_0} \tag{2}$$

Bekapcsolva és $q_{vki}$ állandó térfogatáram szállítása mellett működtetve a vákuumszivattyút, a rendszerben lévő gáz tömege, nyomása és sűrűsége is csökken. A tömeg csökkenését az:

$$m(t) = m_0 - \int_{t=0}^{t} q_{vki} \cdot \rho(t) \cdot dt$$

egyenlet írja le, amelyet differenciálva a következő összefüggéshez jutunk:

$$\frac{dm}{dt} = q_{vki} \cdot \rho(t) \quad . \tag{3}$$

A korábbiakban feltételeztük, hogy $T=T_0=\text{állandó}$, és $V=V_0=\text{állandó}$, ezért egy tetszőleges időpillanatban a vákuumrendszerben lévő gáz tömege a gáztörvény felhasználásával a következő módon számítható ki:

$$m(t) = \frac{p(t) \cdot V_0}{R \cdot T_0} \quad . \tag{4}$$

A sűrűség időbeli változása pedig:

$$\rho(t) = \frac{m(t)}{V_0} \quad . \tag{5}$$

Differenciálva (4) egyenletet a következőt kapjuk:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{V_0}{R \cdot T_0} \cdot \frac{dp}{dt} \quad . \tag{6}$$

(4), (5) és (6) kifejezést (3)-ba behelyettesítve egy szétválasztható típusú differenciálegyenlethez jutunk:

$$\frac{V_0}{R \cdot T_0} \cdot \frac{dp}{dt} = -q_{vki} \cdot \frac{p(t)}{V_0} \cdot \frac{V_0}{R \cdot T_0} \quad . \tag{7}$$

Elvégezve az egyszerűsítéseket és p(t)-re megoldva az egyenletet a következőt kapjuk:

$$p(t) = p_0 \cdot \exp\left[-\frac{q_v}{V_0} \cdot t\right] \quad , \tag{8}$$

amelyből a vákuumozás időszükséglete meghatározható:

$$t = \frac{V_0}{q_{vki}} \cdot \ln \frac{p_0}{p} \quad . \tag{8a}$$

Ez az összefüggés a vákuumtechnikai szakirodalomban tartályleürítési képletként ismeretes [1].

## 4. A TARTÁLYBÓL ÉS VÁKUUMSZIVATTYÚBÓL ÁLLÓ VÁKUUMRENDSZER EVAKUÁLÁSI FOLYAMATA ÁLTALÁNOS ESETBEN

A vákuumozás nem minden esetben tekinthető izotermikus folyamatnak. A vákuumszivattyúból és tartályból álló – nyitott, instacionárius – termodinamikai rendszerre (TR) a termodinamika I. főtétele

$$dQ + dW' - dm \cdot \left(h_{ki} + \frac{w_{ki}^2}{2}\right) = dU \tag{9}$$

alakban írható fel, ahol:

$$dQ = -k \cdot A \cdot (T - T_{kö})dt \tag{10}$$

a TR-rel $dt$ idő alatt közölt hő, amely a tartály belső felületén érkezik a termodinamikai rendszerbe. A (10) képletben $k$ a belső felületre vonatkozó hőátbocsátási tényező, $A$ a TR belső felülete, $T_{kö}$ a TR–t körülvevő környezet (pl. levegő, talaj stb.) hőmérséklete.

A belső felületre vonatkoztatott $k$ hőátbocsátási tényező szabadban álló tartályköpenyre a

$$k = \left[\frac{1}{\alpha_b} + \frac{d_{btartály}}{2 \cdot \lambda_{tartály}} \cdot ln \frac{d_{ktartály}}{d_{btartály}} + \frac{d_{btartály}}{d_{ktartály} \cdot \alpha_k}\right]^{-1} , \tag{10b}$$

a tartály megközelítően sík fenékrészére pedig a

$$k = \left[\frac{1}{\alpha_b} + \frac{d_{ktartály} - d_{btartály}}{2 \cdot \lambda_{tartály}} \cdot + \frac{1}{\alpha_k}\right]^{-1} \tag{10c}$$

összefüggésből számítható ki. Az előző képletekben:

$k$ – a hőátbocsátási tényező,

$d_{btartály}$ – a vákuumtartály belső átmérője,
$d_{ktartály}$ – a vákuumtartály külső átmérője,
$\alpha_b$ – a vákuumtartály belső felületére vonatkozó hőátadási tényező,
$\alpha_k$ – a vákuumtartály külső felületére vonatkozó hőátadási tényező,
$\lambda_{tartály}$ – a vákuumtartály falának hővezetési tényezője.

A (9) egyenletben lévő további mennyiségek jelentése a következő:

$dW' = -p \cdot dV$ – a térfogatváltozási munka, ami $V = áll.$ esetben zérus,
$dU = d(m \cdot u)$ – a rendszer belső energiájának megváltozása,
$h_{ki} = c_p \cdot T_{ki}$ – a rendszerből kilépő gáz fajlagos entalpiája,
$u = c_v \cdot T$ – a rendszerben lévő gáz fajlagos belső energiája,
$w_{ki}$ – a tartályból kilépő gáz áramlási sebessége,
$dm$ – a rendszerből távozó gáz tömege,
$c_p$ – az állandó nyomáson értelmezett fajhő,
$c_v$ – az állandó térfogaton értelmezett fajhő.

Az első főtétel tehát azt fejezi ki, hogy a TR termodinamikai rendszer belső energiájának megváltozását az oda szállított illetve onnan elvezetett energia, és a térben lévő közeggel közölt térfogatváltozási munka és hőenergia okozza. A TR-ben lévő gáz m tömegét az (1) általános gáztörvényből határozhatjuk meg.

Értelmezésünk szerint a TR belsejében a sebesség zérus, a rendszerben lévő gáz $h$ fajlagos entalpiája és a vákuumszivattyú tartályhoz csatlakozó vezetékében a $w_{ki}$ kilépő sebesség és a $h_{ki}$ entalpia között a következő kapcsolat van:

$$h = h_{ki} + \frac{w_{ki}^2}{2} \quad . \tag{11}$$

(1)-et behelyettesítve a belső energia megváltozását leíró $dU = d(m \cdot u)$ összefüggésbe átalakítás után a következőket kapjuk:

$$dU = d\left[\frac{p \cdot V}{R \cdot T} \cdot c_v \cdot T\right] = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot Vdp \quad . \tag{12}$$

Itt $\kappa = c_p/c_v$.

A rendszerből $dt$ idő alatt távozó energia:

$$dm_{ki} \cdot h = -dm \cdot c_p \cdot T \quad . \tag{13}$$

(12) és (13) egyenleteket (9)-be behelyettesítve rendezés után jutunk a következő képlethez:

$$0 = V \cdot dp - dm \cdot c_p \cdot (\kappa - 1) \cdot T + k \cdot A \cdot (T - T_{kö}) \cdot dt \cdot (\kappa - 1) \quad . \tag{14}$$

Rendezés és *dt*-vel való osztás után a következőt kapjuk:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\kappa \cdot p}{m} \cdot \frac{dm}{dt} - \frac{k \cdot A \cdot (\kappa - 1)}{V} \cdot (T - T_{kö}) \quad . \tag{15}$$

A levegő eltávolítását egy vákuum szivattyú végzi, a szivattyú karakterisztikáját ($q_{vki}(p)$) a gyártó általában megadja. A karakterisztika a szívássebességet a szívóoldali nyomás függvényében ábrázoló görbe [6]. A vákuumszivattyú jelleggörbe egyenletének felhasználásával az eltávolított levegő pillanatnyi tömegárama ($q_{mki}$) kiszámítható. A rendszerből távozó levegő $q_{vki}$ térfogatárama és a rendszerben helyet foglaló gáz tömegének megváltozása (csökkenése) között a következő kapcsolat van:

$$dm = -q_{mki} \cdot dt = -q_{vki} \cdot \rho \cdot dt = -q_{vki} \cdot \frac{m}{V} \cdot dt \tag{16}$$

(15)-be (16) egyenlet behelyettesítése és a kapott kifejezés rendezése után a következőt kapjuk:

$$dp = -\kappa \cdot \frac{p}{V} \cdot q_{vki} \cdot dt - \frac{k \cdot A \cdot (\kappa - 1)}{V} \cdot (T - T_{kö}) \cdot dt \quad . \tag{17}$$

A TR pillanatnyi tömege

$$m(t) = m(t = 0) - \int_0^t q_{vki}(t) \cdot \rho(t) \cdot dt \quad . \tag{18}$$

## 5. A TARTÁLYBÓL, CSŐVEZETÉKBŐL ÉS VÁKUUMSZIVATTYÚBÓL ÁLLÓ VÁKUUMRENDSZER EVAKUÁLÁSI IDŐSZÜKSÉGLETÉNEK NUMERIKUS SZÁMÍTÁSA ÁLTALÁNOS ESETBEN

Az (1), (17), (18) differenciálegyenlet-rendszer csak numerikusan oldható meg. Egy lehetséges numerikus módszer például a diszkretizációs eljárás. A módszer lényege, hogy diszkrét $t^k$, $t^{k+1}$ stb. időpontokra számítjuk ki a vákuumrendszerben lévő gáz állapotát jellemző egyes paramétereket.

$$\Delta t = t^{k+1} - t^k ,$$
$$\Delta p = p^{k+1} - p^k .$$

A $t^k$, $t^{k+1}$ időpillanatok között lényegében $\Delta t$ idő telik el, és ez alatt a nyomás *dp*-vel csökken a vákuumrendszerben. (17)-ből az alábbi következik:

$$p^{k+1} = p^k - \frac{\kappa \cdot p^k}{V} \cdot q_{vki}{}^k \cdot \Delta t - \frac{k \cdot A \cdot (\kappa - 1)}{V} \cdot \left(T^k - T_{kö}{}^k\right) \Delta t \tag{19}$$

Ebből $p^{k+1}$ kifejezhető és kiszámítható. A $t^{k+1}$ időpillanatban a rendszerben lévő gáz tömege

$$m^{k+1} = m^k - q_{vki}{}^k \cdot \frac{m^k}{V} \cdot \Delta t \ . \tag{20}$$

A $V$ térfogat állandó. A $t^{k+1}$ időpillanatban a vákuumrendszerben uralkodó hőmérséklet az (1) általános gáztörvényből kifejezhető:

$$T^{k+1} = \frac{p^{k+1} \cdot V}{m^{k+1} \cdot R} \ . \tag{21}$$

A numerikus lépéseket addig folytatjuk, amíg el nem érjük a vákuumozási folyamat végén lévő nyomást. A számítás pontossága összefügg a választott $\Delta t$ finomságával. A programozást és a számításokat MATHCAD szoftverrel készítettem, de más programmal is könnyen megoldható a differenciálegyenlet-rendszer.

## 6. A MÉRÉSI EREDMÉNYEK ÖSSZEVETÉSE A TERMODINAMIKAI MODELLEN ALAPULÓ SZÁMÍTÁSOK EREDMÉNYEIVEL

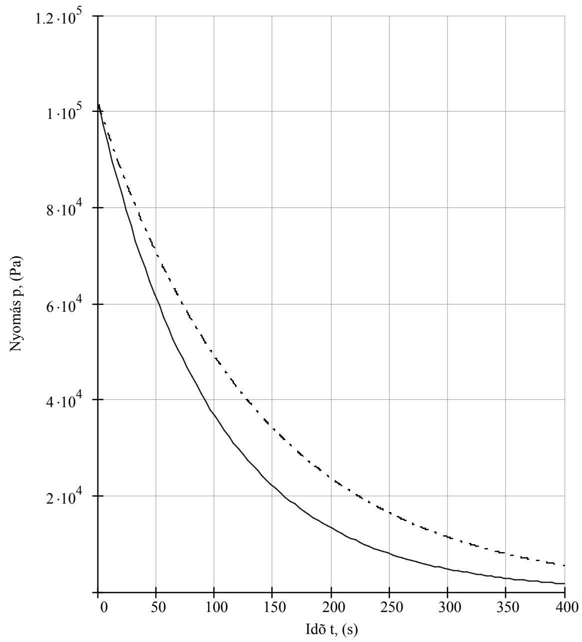
A mártélyi vákuumos szennyvízelvezető rendszer vákuumgépházában végeztem méréseket. Az ott lévő vákuumszivattyúból és tartályból álló vákuumrendszer evakuálásának időszükségletét mértem. A vákuumrendszer adatai és a mérési eredmény a következők:

| | |
|---|---|
| $p_0 = 1{,}013$ bar | a levákuumozási folyamat kezdő nyomása, |
| $p = 0{,}25$ bar absz. | a levákuumozási folyamat végén a tartályban elért nyomás, |
| $V = 8\ m^3$ | a vákuumtartály térfogata, |
| $D = 1{,}6\ m$ | a vákuumtartály átmérője, |
| $l = 4\ m$ | a vákuumtartály hossza, |
| $d = 0{,}01\ m$ | a vákuumtartály falvastagsága, |
| $A = 24{,}12\ m^2$ | a vákuumtartály felülete, |
| $q_{vki} = 210\ m^3/h$ | a Nash gyártmányú folyadékgyűrűs vákuumszivattyú térfogatárama (ez a mérés során előforduló nyomástartományban állandó), |
| $t_{mért} = 181$ sec | a tartályban a 0,25 bar absz. nyomás eléréséhez szükséges idő. |

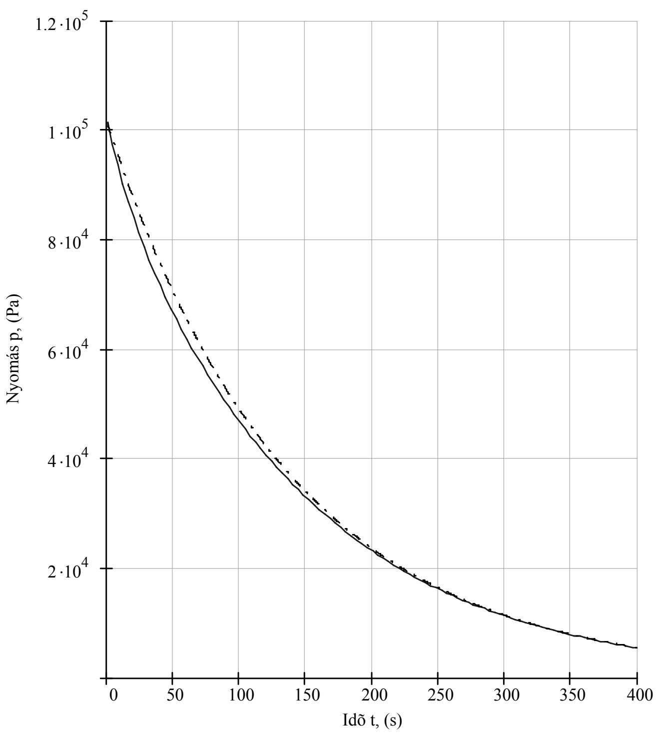
A 3. ábrán láthatjuk a légritkítás folyamatát izotermikus és adiabatikus esetben. A mérések szerint a vákuumozás időszükséglete 181 sec, tehát ennyi időre van szükség ahhoz, hogy a tartályban elérjük a 0,25 bar absz. nyomást. A mérési eredményeket vessük össze a (8a) összefüggéssel számított, azaz izotermikus változás esetén érvényes tartályürítési képlet eredményével. A számítást a méréssel egyező paraméterekkel (kezdeti- és végnyomás, tartálytérfogat és vákuumszivattyú szívássebesség) végezve

$$t_{izoterm} = 183{,}5 \text{ sec}$$

adódik.




3. ábra Az evakuálás időbeli lefolyása izotermikus (szaggatott vonal) és adiabatikus (folytonos vonal) esetben




4. ábra A légritkítási folyamat időbeli lefolyása izotermikus (szaggatott vonal) esetben és k=10 W/($m^2$K) hőátbocsátási tényező esetén (folytonos vonal)

A valóságban a tartályban lévő gáz az evakuálás során lehűl, tehát a folyamat nem izotermikus. A szigeteletlen acél tartály *k=2,5 és k=10* $W/(m^2K)$ közötti hőátbocsátási tényezővel jellemezhető. Az általános esetre vonatkozó számításokhoz *k=10* $W/(m^2K)$ értéket vettünk fel, és a folyamatot a 4. ábrán láthatjuk.

Látható, hogy az evakuálás időszükséglete mindhárom esetben megközelítőleg azonos, azonban a folyamat időbeli lefolyása eltérő.

## 7. ÖSSZEFOGLALÁS

Megállapíthatjuk, hogy egy vákuumszivattyúból és tartályból álló vákuumrendszer esetén az izotermikus esetre levezetett módszer, és az általánosított esetre kimunkált, differenciálegyenlet-rendszer megoldásán alapuló numerikus módszer segítségével számított evakuálási időszükséglet eredmények is jól közelítik a valóságos (mért) vákuumozási folyamatot.

A kutatásokat érdemes kiterjeszteni arra az esetre, amikor a tartályhoz még egy hosszú csővezeték is csatlakozik. Elképzelésem szerint egy ilyen, nagy térbeli kiterjedésű térfogat vákuumozási folyamata nem vizsgálható a jelen cikkben kimunkált koncentrált paraméterű, tehát adott időpillanatban az állapotjelzőket a tér minden pontjában azonosnak tekintő modell segítségével. Ha mérési eredmények alátámasztják a feltételezést, akkor további elméleti vizsgálatok szükségesek, amelyek során új, osztott paraméterű, tehát adott időpillanatban az állapotjelzők helytől való függését is feltételező modellt kell kidolgozni. Az új modellel kiszámított légritkítási folyamat ellenőrzése pedig több helyen egyidejűleg elvégzett nyomásmérésekkel történhet.

## 8. FELHASZNÁLT IRODALOM


[1] Faragallah, W.H.: Liquid Ring Vacuum Pumps and Compressors, Gulf Publishing Company 1988, Houston

[2] Fábry, G: Statikus vákuumveszteségek elemzése vákuumos szennyvízelvezető rendszerekben, Gép (folyóirat), 2006/1 LVII. évf.

[3] Fábry, G.-Peter, A.: The vacuum sewerage system, Conference for Young Professionals, 15-17 of June 2005, Bukarest

[4] Iseki Vacuum Systems Limited, Vacuum Sewage Collection Systems – Technical Manual, November 2004

[5] MSZ EN 1091 : 2001, Vákuumos Szennyvízelvezetés

[6] Vákuumfizika és vákuumtechnika szeminárium, kézirat, 2. kötet, 1969. szeptember, Híradástechnikai Tudományos Egyesület, Eötvös Loránd Fizikai Társulat, Egyesült Izzólámpa és Villamossági Rt.

## THERMODYNAMIC MODELING OF THE EVACUATION OF A CHAMBER

This article deals with the thermodynamic modeling of the evacuation process of a vacuum system that consists of a vacuum pump and a chamber. I prepared the thermodynamic model of the transient pump down process for isothermal and general case as well. I measured the pump down time of a chamber in the vacuum sewerage system of the Hungarian town Mártély and compared the results with those based on the thermodynamic model. The calculated evacuation time results in isothermal and in general cases based on the model are close to the real, so the measured values. It makes sense to extend the researches to the case, when a long pipe is also connected to the chamber to be evacuated. We assume, that the evacuation process of a volume, the shape of which greatly differs from that of a chamber cannot be approached with a model of concentrated parameters, that assumes the unity of pressure, density and temperature at a time in the whole volume of the vacuum system. If measurements justify the assumption, further research is needed, in which the base of approach is a model of divided parameters that assumes not only time, but location dependency as well of the above mentioned.